

教辅图书 功能学具 学生之家
基础教育行业专研品牌

30⁺年创始人专注教育行业

全品学练考

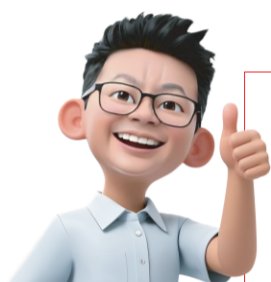
AI智慧
教辅

主编
肖德好

练习册

高中数学

必修第二册 SJ



本书为AI智慧教辅

“讲题智能体”支持学生聊着学，扫码后哪题不会选哪题；随时随地想聊就聊，想问就问。



天津出版传媒集团
天津人民出版社

01

目录设置符合一线上课需求，详略得当，拓展有度

11.1 余弦定理

第1课时 余弦定理

第2课时 余弦定理的应用

11.2 正弦定理

第1课时 正弦定理

第2课时 正、余弦定理的综合问题

微突破（一） 三角形中的最值、范围问题

13.2 基本图形位置关系

13.2.1 平面的基本性质

13.2.2 空间两条直线的位置关系

第1课时 平行直线

第2课时 异面直线

13.2.3 直线与平面的位置关系

第1课时 直线与平面平行

第2课时 直线与平面垂直

02

【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

◆ 探究点一 利用余弦定理、正弦定理解三角形

例1 (1)在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c ,已知 $\sin A \cos C = 2 \sin C \cos A$,且 $a^2 - c^2 = 3b$,则 $b =$ ()

A. 9 B. 6 C. 3 D. 18

(2)[2025·湖南长沙一中高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中, $b = 2, B = \frac{\pi}{3}$,且 $\sin A \sin C = \frac{9}{28}$,则 $\triangle ABC$ 的周长为_____.

变式1 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 $(a+b)(\sin A - \sin B) = (c-b)\sin C$,则 $A =$ ()

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

变式2 [2025·江西上饶一中高一调研] 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $\frac{2\cos A}{bc} = \frac{\cos B}{ab} + \frac{\cos C}{ac}$,则角 $A =$ _____.

[素养小结]

求三角形中的一些基本量,主要指求三角形的三边、三角等,它的实质是将几何问题转化为代数问题,解题关键是正确分析边角关系,依据题设条件合理地设计解题步骤,利用三角形内角和定理、正弦定理及余弦定理等进行边角关系的互化.

拓展 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $\sin A = \frac{\sqrt{15}}{8}, \cos \angle ACB = \frac{11}{16}, BC = 2$,点 D 是 $\angle ACB$ 的平分线与边 AB 的交点.

- (1)求 $\sin B$ 的值;
- (2)求 CD 的长.

03

本章总结提升精选典型题和高考题，提前对接高考

◆ 题型二 与平面几何有关的问题

[类型总述] (1)中线、角平分线、高等问题;(2)四边形问题.

例4 [2023·新课标I卷] 已知在 $\triangle ABC$ 中, $A + B = 3C, 2\sin(A - C) = \sin B$.

- (1)求 $\sin A$;
- (2)设 $AB = 5$,求 AB 边上的高.

例5 [2025·江苏兴化中学高一质检] 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 10, \angle ABC = \frac{\pi}{3}, \triangle ABC$ 内有一点 M ,且

$$BM \perp CM, \angle AMB = \frac{2}{3}\pi.$$

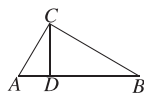
- (1)若 $BM = \sqrt{3}CM$,求 $\triangle ABC$ 的面积;
- (2)若 $AC = 14$,求 BM 的长.

基础巩固

1. 下列说法中错误的是 ()
- A. 对于任意向量 a , 都有 $0 \cdot a = 0$
- B. 若 $a \cdot b = 0$, 则 $a = 0$ 或 $b = 0$
- C. 对于任意向量 a, b , 都有 $|a \cdot b| \leq |a| |b|$
- D. 若 a, b 共线, 则 $a \cdot b = \pm |a| |b|$
2. [2025 · 江苏南京高一调研] 已知 e_1, e_2 是夹角为 45° 的两个单位向量, 则 $e_1 \cdot e_2 =$ ()
- A. 1 B. -1 C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

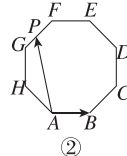
综合提升

11. (多选题) [2025 · 江苏淮阴中学高一调研] 如图所示, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, CD 是斜边 AB 上的高, 则下列等式成立的是 ()
- A. $|\overrightarrow{AC}|^2 = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$
- B. $|\overrightarrow{BC}|^2 = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$
- C. $|\overrightarrow{CD}|^2 = \frac{(\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}) \times (\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC})}{|\overrightarrow{AB}|^2}$
- D. $|\overrightarrow{AB}|^2 = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD}$



思维探索

15. 对任意两个非零的平面向量 α 和 β , 定义 $\alpha^\circ \beta = \frac{\alpha \cdot \beta}{\beta \cdot \beta}$. 若平面向量 a, b 满足 $|a| \geq |b| > 0$, a 与 b 的夹角 $\theta \in (0, \frac{\pi}{4})$, 且 $a^\circ b$ 和 $b^\circ a$ 都是集合 $\{\frac{n}{2} | n \in \mathbb{Z}\}$ 的元素, 则 $a^\circ b + b^\circ a =$ ()
- A. $\frac{3}{2}$ B. 2
- C. $\frac{5}{2}$ D. 3
16. (15分) 窗花是贴在窗子或窗户上的剪纸, 是中国古老的传统民间艺术之一, 图①是一个正八边形窗花, 图②是从窗花图中抽象出的几何图形的示意图. 若正八边形 $ABCDEFGH$ 的边长为 2, P 是正八边形 $ABCDEFGH$ 八条边上的动点, 求 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的最大值.



滚动习题 (一)

范围 9.1~9.2

(时间: 45 分钟 分值: 100 分)

一、单项选择题(本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

1. 给出下列四个说法: ①若 $a = 0$, 则 $|a| = 0$; ②若 $|a| = |b|$, 则 $a = b$ 或 $a = -b$; ③若 $a \parallel b$, 则 $|a| = |b|$; ④若 $a \parallel b, b \parallel c$, 则 $a \parallel c$. 其中错误的说法有 ()
- A. 1 个 B. 2 个
- C. 3 个 D. 4 个

二、多项选择题(本大题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分)

7. [2025 · 江苏苏州星海实验中学高一月考] 下列说法中正确的有 ()
- A. $|a| + |b| = |a - b|$ 是 a, b 共线的充要条件
- B. 若 $a \parallel b$, 则存在唯一的实数 λ , 使得 $a = \lambda b$
- C. 若 $ma = 0, m \in \mathbb{R}$, 则 $m = 0$ 或 $a = 0$
- D. 若向量 a 与 b 反向, 则 $(a - b)^2 = |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2$

三、填空题(本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分)

9. [2025 · 湖南衡阳一中高一月考] 若 $|a| = 4$, $|b| = 2$, a 与 b 的夹角为 60° , 则 a 在 b 上的投影向量的模为 _____.
10. 已知 a, b, c 为不共线向量, 在四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB} = a + 2b, \overrightarrow{BC} = -4a - b, \overrightarrow{CD} = -5a - 3b$, 则四边形 $ABCD$ 的形状是 _____.

四、解答题(本大题共 3 小题, 共 43 分)

12. (13分) 设 a, b 是不共线的两个向量.
- (1) 若 $\overrightarrow{OA} = 4a - 2b, \overrightarrow{OB} = 6a + 2b, \overrightarrow{OC} = 2a - 6b$, 求证: A, B, C 三点共线;
- (2) 若 $4a + \frac{1}{2}kb$ 与 $\frac{1}{2}ka + b$ 共线, 求实数 k 的值.

CONTENTS



09 第9章 平面向量

PART NINE

9.1 向量概念	001
9.2 向量运算	003
9.2.1 向量的加减法	003
第1课时 向量的加法运算	003
第2课时 向量的减法运算	005
9.2.2 向量的数乘	007
9.2.3 向量的数量积	009
第1课时 向量数量积的定义、投影向量	009
第2课时 向量数量积的运算律	011
滚动习题(一) [范围 9.1~9.2]	013
9.3 向量基本定理及坐标表示	015
9.3.1 平面向量基本定理	015
9.3.2 向量坐标表示与运算	017
第1课时 向量的坐标表示与向量线性运算的坐标表示	017
第2课时 向量数量积的坐标表示	019
9.3.3 向量平行的坐标表示	021
9.4 向量应用	023
滚动习题(二) [范围 9.3~9.4]	025

10 第10章 三角恒等变换

PART TEN

10.1 两角和与差的三角函数	027
10.1.1 两角和与差的余弦	027
10.1.2 两角和与差的正弦	029
10.1.3 两角和与差的正切	031
10.2 二倍角的三角函数	033
滚动习题(三) [范围 10.1~10.2]	035
10.3 几个三角恒等式	037
滚动习题(四) [范围 10.1~10.3]	039

11 第11章 解三角形

PART ELEVEN

11.1 余弦定理	041
第1课时 余弦定理	041
第2课时 余弦定理的应用	043
11.2 正弦定理	045
第1课时 正弦定理	045
第2课时 正、余弦定理的综合问题	047
微突破(一) 三角形中的最值、范围问题	049
11.3 余弦定理、正弦定理的应用	051
滚动习题(五) [范围 11.1~11.3]	053

12 第12章 复数

PART TWELVE

12.1 复数的概念	055
12.2 复数的运算	057
第1课时 复数的加、减法运算及乘法运算	057
第2课时 复数的乘方与除法运算	059
12.3 复数的几何意义	061
滚动习题(六) [范围 12.1~12.3]	063
12.4 复数的三角形式*	065

13 第13章 立体几何初步

PART THIRTEEN

13.1 基本立体图形	067
13.1.1 棱柱、棱锥和棱台	067
13.1.2 圆柱、圆锥、圆台和球	069
13.1.3 直观图的斜二测画法	071

13.2 基本图形位置关系	073
13.2.1 平面的基本性质	073
13.2.2 空间两条直线的位置关系	075
第1课时 平行直线	075
第2课时 异面直线	077
13.2.3 直线与平面的位置关系	079
第1课时 直线与平面平行	079
第2课时 直线与平面垂直	081
第3课时 线面角、线面垂直的综合应用	083
13.2.4 平面与平面的位置关系	085
第1课时 两平面平行	085
第2课时 二面角、两平面垂直的判定定理	087
第3课时 平面与平面垂直的性质定理以及综合应用	089
滚动习题(七) [范围 13.2]	091
13.3 空间图形的表面积和体积	093
13.3.1 空间图形的表面积	093
13.3.2 空间图形的体积	095
微突破(二) 与球有关的内切、外接问题	097
滚动习题(八) [范围 13.3]	099

14 第14章 统计

PART FOURTEEN

14.1 获取数据的基本途径及相关概念	101
---------------------	-----

14.2 抽样	103
14.2.1 简单随机抽样	103
14.2.2 分层抽样	105
14.3 统计图表	107
14.3.1 扇形统计图、折线统计图、频数直方图	107
14.3.2 频率分布直方图	107
14.4 用样本估计总体	111
14.4.1 用样本估计总体的集中趋势参数	111
14.4.2 用样本估计总体的离散程度参数	113
14.4.3 用频率分布直方图估计总体分布	116
14.4.4 百分位数	119
滚动习题(九) [范围 14.1~14.4]	121

15 第15章 概率

PART FIFTEEN

15.1 样本空间和随机事件	124
15.2 随机事件的概率	126
第1课时 古典概型	126
第2课时 频率与概率	128
微突破(三) 古典概型的应用	131
15.3 互斥事件和独立事件	133
第1课时 互斥事件和对立事件	133
第2课时 独立事件	135
滚动习题(十) [范围 15.1~15.3]	137

■ 参考答案 (练习册) [另附分册 P139~P210]

■ 导学案 [另附分册 P211~P408]

>> 测 评 卷

单元素养测评卷(一) [第9章]	卷01
单元素养测评卷(二) [第10章]	卷03
单元素养测评卷(三) [第11章]	卷05
单元素养测评卷(四) [第12章]	卷07
单元素养测评卷(五) [第13章]	卷09
单元素养测评卷(六) [第14章]	卷11
单元素养测评卷(七) [第15章]	卷15
模块素养测评卷 [全部章节]	卷17
参考答案	卷19

第9章 平面向量

9.1 向量概念

基础巩固

1. 下列说法中正确的是 ()

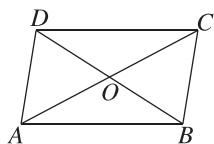
A. 两个单位向量一定相等
B. 物理学中的重力是向量
C. 向量就是有向线段
D. 若向量 a 与 b 平行, 则 a 与 b 的方向相同或相反

2. 下列说法正确的是 ()

A. 若 $|a| > |b|$, 则 $a > b$
B. 若 $|a| = |b|$, 则 $a = b$
C. 若 $a = b$, 则 $a \parallel b$
D. 若 $a \neq b$, 则 a 与 b 不是共线向量

3. 如图所示, 在四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, AC 与 BD 交于点 O , 则 ()

A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$
B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$
C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$
D. $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OB}$



4. (多选题) 下列说法中正确的是 ()

A. 方向不同的非零向量不能比较大小, 但方向相同的非零向量可以比较大小
B. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = 30^\circ$, 则向量 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{BC}$ 的夹角是 150°
C. 若 $m = n, n = p$, 则 $m = p$
D. 在四边形 $ABCD$ 中, 若 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, 且 $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AD}|$, 则四边形 $ABCD$ 为菱形

5. 已知向量 a, b 为非零向量, 有以下四个命题:

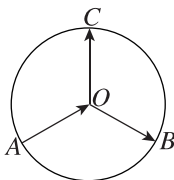
甲: a, b 的夹角为 180° ; 乙: $|a| = |b|$; 丙: a 与 b 的方向相反; 丁: $a \parallel b$.

若以上关于向量 a, b 的命题中有且只有一个是假命题, 则该假命题是 ()

A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

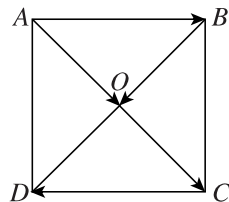
6. 如图, 在圆 O 中, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 120^\circ$, 向量 $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{AO}$ 是 ()

A. 有相同起点的向量
B. 相反向量
C. 模相等的向量
D. 相等向量



7. 如图所示, 设 O 是正方形 $ABCD$ 的中心, 则下列结论正确的有 _____. (填序号)

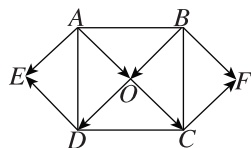
① $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$;
② $\overrightarrow{AO} \parallel \overrightarrow{AC}$;
③ $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 共线;
④ $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BO}$.



8. 在等腰直角三角形 ABC 中, $\angle A = 90^\circ$, 则向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 的夹角为 _____.

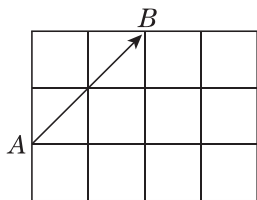
9. (13分) 如图, O 为正方形 $ABCD$ 的两条对角线的交点, 四边形 $OAED$ 和四边形 $OCFB$ 都是正方形, 在图中所示的向量中.

(1) 分别写出与 $\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{BO}$ 相等的向量;
(2) 写出与 $\overrightarrow{AO}$ 共线的向量;
(3) 写出与 $\overrightarrow{AO}$ 的模相等的向量;
(4) 写出与 $\overrightarrow{AO}$ 的夹角为 90° 的向量.

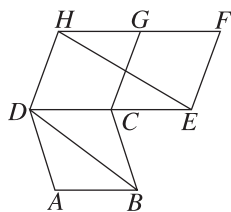


班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	
15	

10. (13 分)如图是 4×3 的矩形方格纸(每个小方格的边长都是 1),在起点和终点都在小方格的顶点处的向量中,与向量 $\overrightarrow{AB}$ 平行且模为 $\sqrt{2}$ 的向量共有几个? 与向量 $\overrightarrow{AB}$ 方向相同且模为 $3\sqrt{2}$ 的向量共有几个?



13. 如图所示,四边形 $ABCD$, $CEFG$, $DCGH$ 是全等的菱形,则下列关系中不一定成立的是 ()



- A. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{EF}|$
 B. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{FH}$ 共线
 C. $\overrightarrow{BD}$ 与 $\overrightarrow{EH}$ 共线
 D. $\overrightarrow{DC}$ 与 $\overrightarrow{EC}$ 共线

14. 一辆汽车从 A 点出发向正西方向行驶了 100 km 到达 B 点,然后改变方向向北偏西 40° 方向行驶了 200 km 到达 C 点,又改变方向,向正东方向行驶了 100 km 到达 D 点,则 $|\overrightarrow{AD}| =$ _____ km.

思维探索

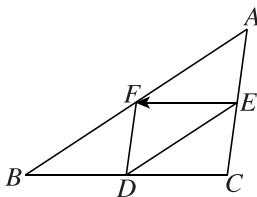
15. 已知在四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ 且 $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{BC}| = 2$,则该四边形内切圆的面积是 _____.
16. (15 分)一位模型赛车手遥控一辆赛车沿正东方向向前行进 1 米,逆时针转变 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$),继续按直线向前行进 1 米,再逆时针转变 α ,按直线向前行进 1 米,按此方法继续操作下去.
- (1)作示意图说明当 $\alpha = 45^\circ$ 时,操作几次后赛车的位移为零向量;
- (2)按此操作方法使赛车行进一周后能回到出发点, α 应满足什么条件?

综合提升

11. 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle DAB = \angle ABC = 60^\circ$,则下列各组向量中夹角为 60° 的是 ()

- A. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ B. $\overrightarrow{AD}$ 与 $\overrightarrow{BC}$
 C. $\overrightarrow{DC}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ D. $\overrightarrow{DA}$ 与 $\overrightarrow{DC}$

12. 如图所示, $\triangle ABC$ 的三边长均不相等, E, F, D 分别是边 AC, AB, BC 的中点,则与向量 $\overrightarrow{EF}$ 的模相等的向量共有 ()



- A. 6 个 B. 5 个
 C. 4 个 D. 3 个

9.2 向量运算

9.2.1 向量的加减法

第1课时 向量的加法运算

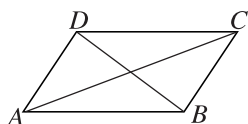
基础巩固

1. 已知下列各式: ① $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA}$; ② $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC}$; ③ $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO}$. 其中结果为零向量的关系式的个数为 ()

- A. 0 B. 1
C. 2 D. 3

2. 如图所示, 已知四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 则下列结论中正确的是 ()

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$
C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$
D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \mathbf{0}$

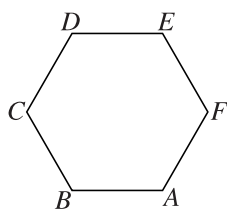


3. 若某人先向东走 3 km (记为向量 $\mathbf{a}$), 接着再向北走 3 km (记为向量 $\mathbf{b}$), 则 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 表示 ()

- A. 向东南走 $3\sqrt{2}$ km
B. 向东北走 $3\sqrt{2}$ km
C. 向东南走 $3\sqrt{3}$ km
D. 向东北走 $3\sqrt{3}$ km

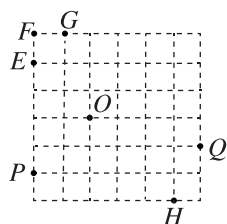
4. 如图所示, 在正六边形 $ABCDEF$ 中, $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} =$ ()

- A. $\mathbf{0}$
B. $\overrightarrow{BE}$
C. $\overrightarrow{AD}$
D. $\overrightarrow{CF}$



5. 在如图所示的方格中有定点 O, P, Q, E, F, G, H , 则 $\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ} =$ ()

- A. $\overrightarrow{OH}$
B. $\overrightarrow{OG}$
C. $\overrightarrow{FO}$
D. $\overrightarrow{EO}$



6. (多选题) 下列说法中不正确的为 ()

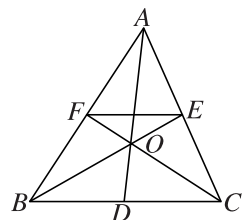
- A. 如果非零向量 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的方向相同或相反, 那么 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 的方向必与 $\mathbf{a}$ 或 $\mathbf{b}$ 的方向相同
B. 在 $\triangle ABC$ 中, 必有 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \mathbf{0}$
C. 若 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \mathbf{0}$, 则 A, B, C 一定为一个三角形的三个顶点
D. 若 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 均为非零向量, 则 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|$

7. 化简: $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MB} =$ _____.

8. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}|$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为 _____.

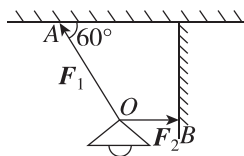
9. (13 分) 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, O 为重心, D, E, F 分别是 BC, AC, AB 的中点, 化简下列各式:

- (1) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EA}$;
(2) $\overrightarrow{OE} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EA}$;
(3) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{DC}$.



班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	
15	

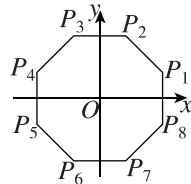
10. (13分)如图,已知电线 AO 与天花板的夹角为 60° ,电线 AO 对电灯的拉力的大小为 $|\mathbf{F}_1| = 24\text{ N}$,绳 BO 与墙壁垂直,对电灯的拉力的大小为 $|\mathbf{F}_2| = 12\text{ N}$,求 $\mathbf{F}_1$ 与 $\mathbf{F}_2$ 的合力的大小与方向.



13. (多选题)[2025·江苏无锡一中高一月考]已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 都为非零向量,则下列说法中正确的是 ()
- A. 若 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 反向,且 $|\mathbf{a}| > |\mathbf{b}|$,则 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与 $\mathbf{a}$ 同向
- B. 若 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 反向,且 $|\mathbf{a}| > |\mathbf{b}|$,则 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与 $\mathbf{b}$ 同向
- C. 若 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 同向,则 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与 $\mathbf{a}$ 同向
- D. 若 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 同向,则 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与 $\mathbf{b}$ 同向
14. 小船以 $10\sqrt{3}\text{ km/h}$ 的静水速度沿垂直于河岸的方向行驶,同时河水流速的大小为 10 km/h ,则小船的实际航行速度的大小为 _____ km/h .

思维探索

15. 已知点 O 为 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心,且 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} = \mathbf{0}$,则 $\angle CAB =$ _____.
16. (15分)如图,在平面直角坐标系 xOy 中,原点 O 为正八边形 $P_1P_2P_3P_4P_5P_6P_7P_8$ 的中心, $P_1P_8 \perp x$ 轴,坐标轴上的点 M (异于点 O) 满足 $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OP}_i + \overrightarrow{OP}_j = \mathbf{0}$ (其中 $1 \leq i \leq 8, 1 \leq j \leq 8$, 且 $i, j \in \mathbf{N}^*$),求满足以上条件的点 M 的个数.



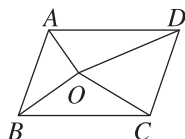
综合提升

11. 已知四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O ,且 $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OB}$,则四边形 $ABCD$ 一定为 ()
- A. 正方形 B. 梯形
- C. 平行四边形 D. 菱形
12. (多选题)[2025·山东菏泽中学高一质检]设 $\mathbf{a} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}), \mathbf{b}$ 是任意一个非零向量,则下列结论中正确的是 ()
- A. $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$
- B. $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{a}$
- C. $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b}$
- D. $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| < |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|$

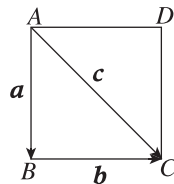
第2课时 向量的减法运算

基础巩固

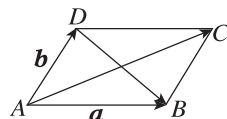
- 若 O, E, F 是不共线的任意三点, 则以下各式中成立的是 ()
 A. $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{OE}$
 B. $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OE}$
 C. $\overrightarrow{EF} = -\overrightarrow{OF} + \overrightarrow{OE}$
 D. $\overrightarrow{EF} = -\overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OE}$
- 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$ 等于 ()
 A. $\overrightarrow{AB}$ B. $\overrightarrow{BA}$
 C. $\overrightarrow{CD}$ D. $\overrightarrow{DB}$
- 在边长为 1 的正三角形 ABC 中, $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}|$ 的值为 ()
 A. 1 B. 2
 C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$
- 已知 O 为平行四边形 $ABCD$ 所在平面上一点, 且 $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}, \overrightarrow{OB} = \mathbf{b}, \overrightarrow{OC} = \mathbf{c}, \overrightarrow{OD} = \mathbf{d}$, 则 ()
 A. $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} + \mathbf{d} = \mathbf{0}$
 B. $\mathbf{a} - \mathbf{b} - \mathbf{c} + \mathbf{d} = \mathbf{0}$
 C. $\mathbf{a} + \mathbf{b} - \mathbf{c} - \mathbf{d} = \mathbf{0}$
 D. $\mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c} - \mathbf{d} = \mathbf{0}$
- (多选题) 下列各式中能化简为 $\overrightarrow{PQ}$ 的是 ()
 A. $\overrightarrow{QC} - \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{CQ}$
 B. $\overrightarrow{AB} + (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{BQ})$
 C. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{PC}) + (\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{QC})$
 D. $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BQ}$
- 设 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 为非零向量, 且满足 $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|$, 则 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ ()
 A. 既不共线也不垂直
 B. 垂直
 C. 方向相同
 D. 方向相反
- 已知 $|\overrightarrow{AB}| = 6, |\overrightarrow{AD}| = 9$, 则 $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}|$ 的取值范围为_____.
- 如图所示, 已知 O 为平行四边形 $ABCD$ 内部的一点, $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}, \overrightarrow{OB} = \mathbf{b}, \overrightarrow{OC} = \mathbf{c}$, 则 $\overrightarrow{OD} =$ _____. (用向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示)



- (13 分) 如图所示, 已知正方形 $ABCD$ 的边长等于 1, $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{BC} = \mathbf{b}, \overrightarrow{AC} = \mathbf{c}$. 作出下列向量, 并分别求出其模.
 (1) $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$; (2) $\mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c}$.



- (13 分) 如图所示, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$, 先用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AC}$ 和 $\overrightarrow{DB}$, 并回答: 当 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 分别满足什么条件时, 四边形 $ABCD$ 为矩形、菱形、正方形?



班级	
姓名	
答题区	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	
15	

综合提升

11. 若 $|\overrightarrow{AB}|=8, |\overrightarrow{AC}|=5$, 则 $|\overrightarrow{BC}|$ 的取值范围是 ()

- A. $[3, 8]$ B. $(3, 8)$
C. $[3, 13]$ D. $(3, 13)$

12. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点 A, B, C 及同一平面内一点 P 满足 $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PC}$, 则下列结论中正确的是 ()

- A. P 在 $\triangle ABC$ 的内部
B. P 在 $\triangle ABC$ 的边 AB 上
C. P 在边 AB 所在直线上
D. P 在 $\triangle ABC$ 的外部

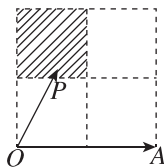
13. (多选题) [2025 · 江苏盐城中学高一月考] 已知 A, B, C 为同一平面内不同的三点, 给出下面四个结论, 其中正确的是 ()

- A. 若 $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BC}|$, 则 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$
B. 若 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$, 则 $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BC}|$
C. 若向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 共线, 则 $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BC}|$
D. 若向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 反向共线, 则 $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BC}|$

14. [2025 · 湖北武汉一中高一质检] 已知非零向量 a, b 满足 $|a| = |b| = |a - b|$, 则 $\frac{|a+b|}{|a-b|} =$ _____.

思维探索

15. 如图, 已知网格小正方形的边长为 1, 点 P 是阴影区域内的一个动点 (包括边界), O, A 在格点上, 则 $|\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA}|$ 的最小值是 _____, 最大值是 _____.



16. (15 分) 已知 P 为四边形 $ABCD$ 所在平面内一点, 且向量 $\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PB}, \overrightarrow{PC}, \overrightarrow{PD}$ 满足等式 $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PD}$. 试根据题意作出图形, 观察四边形 $ABCD$ 的形状, 并证明你的结论.

9.2.2 向量的数乘

基础巩固

- $3(2\mathbf{a}-4\mathbf{b})=$ ()
 A. $5\mathbf{a}+7\mathbf{b}$ B. $5\mathbf{a}-7\mathbf{b}$
 C. $6\mathbf{a}+12\mathbf{b}$ D. $6\mathbf{a}-12\mathbf{b}$
 - 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=$ ()
 A. $\overrightarrow{BD}$ B. $\overrightarrow{DB}$
 C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$ D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{DB}$
 - [2025·江苏宿迁中学高一质检] 已知 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 是平面上的非零向量, 则“存在实数 λ , 使得 $\mathbf{a}=\lambda\mathbf{b}$ ”是“ $\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|}=\frac{\mathbf{b}}{|\mathbf{b}|}$ ”的 ()
 A. 充分且不必要条件
 B. 必要且不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分又不必要条件
 - 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 AB 的中点, E 为 CD 的中点, 设 $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}, \overrightarrow{AC}=\mathbf{b}$, 则 $\overrightarrow{AE}=$ ()
 A. $\frac{1}{2}\mathbf{a}+\frac{1}{4}\mathbf{b}$
 B. $\frac{1}{2}\mathbf{a}-\frac{1}{4}\mathbf{b}$
 C. $\frac{1}{4}\mathbf{a}+\frac{1}{2}\mathbf{b}$
 D. $\frac{1}{4}\mathbf{a}-\frac{1}{2}\mathbf{b}$
-
- [2025·江苏靖江中学高二月考] 已知 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 为两个不共线的向量, 若向量 $\mathbf{a}=2\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2, \mathbf{b}=-2\mathbf{e}_1+3\mathbf{e}_2$, 则下列向量中与向量 $2\mathbf{a}+\mathbf{b}$ 共线的是 ()
 A. $-5\mathbf{e}_1+2\mathbf{e}_2$
 B. $4\mathbf{e}_1+10\mathbf{e}_2$
 C. $10\mathbf{e}_1+4\mathbf{e}_2$
 D. $\mathbf{e}_1+2\mathbf{e}_2$
 - [2025·江苏苏州高新一中高一月考] 已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 不共线, $\overrightarrow{AB}=2\mathbf{a}-8\mathbf{b}, \overrightarrow{CB}=\mathbf{a}+3\mathbf{b}, \overrightarrow{CD}=2\mathbf{a}-\mathbf{b}$, 则 ()
 A. C, B, D 三点共线
 B. A, B, C 三点共线
 C. A, B, D 三点共线
 D. A, C, D 三点共线
 - 如果实数 p 和非零向量 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 满足 $p\mathbf{a}+(p+1)\mathbf{b}=\mathbf{0}$, 则向量 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ _____. (填“共线”或“不共线”)
 - 设 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 是两个不共线的向量, 向量 $\mathbf{a}=2\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2$, 向量 $\mathbf{b}=\mathbf{e}_1+\lambda\mathbf{e}_2 (\lambda \in \mathbf{R})$, 则当且仅当 $\lambda=$ _____ 时, $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 共线.
 - (13分) 化简:
 (1) $5(2\mathbf{a}-2\mathbf{b})+4(2\mathbf{b}-3\mathbf{a})$;
 (2) $6(\mathbf{a}-3\mathbf{b}+\mathbf{c})-4(-\mathbf{a}+\mathbf{b}-\mathbf{c})$;
 (3) $\frac{1}{2}[(3\mathbf{a}-2\mathbf{b})+5\mathbf{a}-\frac{1}{3}(6\mathbf{a}-9\mathbf{b})]$;
 (4) $(x-y)(\mathbf{a}+\mathbf{b})-(x-y)(\mathbf{a}-\mathbf{b}) (x, y \in \mathbf{R})$.

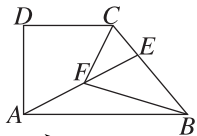
班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	
15	

10. (13 分) 已知两个非零向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 不共线, 且 $\overrightarrow{OA} = 2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \overrightarrow{OB} = \mathbf{a} + 2\mathbf{b}, \overrightarrow{OC} = k\mathbf{a} + 12\mathbf{b}$.
- (1) 若 $2\overrightarrow{OA} - 3\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \mathbf{0}$, 求 k 的值;
- (2) 若 A, B, C 三点共线, 求 k 的值.

综合提升

11. 已知点 P 与正六边形 $ABCDEF$ 在同一平面内, 且 P 是正六边形 $ABCDEF$ 外一点, O 为正六边形 $ABCDEF$ 的中心, 则 $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} + \overrightarrow{PE} + \overrightarrow{PF}$ 等于 ()
- A. $\overrightarrow{PO}$ B. $3\overrightarrow{PO}$
- C. $6\overrightarrow{PO}$ D. $\mathbf{0}$
12. [2025 · 北京八中期末] 已知在 $\triangle ABC$ 中, D, E 分别为边 AC, BC 的中点, 且 $|\overrightarrow{CA} - 2\overrightarrow{CB}| = 2$, 则 $|\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{EC}| =$ ()
- A. 2 B. $\frac{3}{2}$
- C. 1 D. $\frac{1}{2}$

13. [2025 · 广东汕头棉城中学高一期中] 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD, \angle A = 90^\circ, AB = 2AD = 2DC, \overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{EC}, \overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AF}$, 则下列关系式正确的是 ()



- A. $\overrightarrow{CB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$
- B. $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$
- C. $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$
- D. $\overrightarrow{BF} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

14. [2025 · 山东济宁一中高一质检] 已知点 P 是 $\triangle ABC$ 所在平面内一点, 若 $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$, 则 $\triangle ABP$ 与 $\triangle ACP$ 的面积之比是_____.

思维探索

15. 在四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AD}$, 点 P 是四边形 $ABCD$ 所在平面内一点, 满足 $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{PA} + 7\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + 8\overrightarrow{PD} = \mathbf{0}$, 点 Q 为线段 AB 的中点, 则 $\frac{|\overrightarrow{PQ}|}{|\overrightarrow{AD}|} =$ _____.
16. (15 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AC} = \mathbf{b}$.
- (1) 若 P, Q 是线段 BC 的三等分点, 求证: $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$.
- (2) 若 P, Q, S 是线段 BC 的四等分点, 求证: $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{AS} = \frac{3}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$.
- (3) 如果 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{n-1}$ 是线段 BC 的 n ($n \geq 3$) 等分点, 你能得到什么结论? 不必证明.

9.2.3 向量的数量积

第1课时 向量数量积的定义、投影向量

基础巩固

1. 下列说法中错误的是 ()

- A. 对于任意向量 a , 都有 $0 \cdot a = 0$
- B. 若 $a \cdot b = 0$, 则 $a = 0$ 或 $b = 0$
- C. 对于任意向量 a, b , 都有 $|a \cdot b| \leq |a| |b|$
- D. 若 a, b 共线, 则 $a \cdot b = \pm |a| |b|$

2. [2025 · 江苏南京高一调研] 已知 e_1, e_2 是夹角为 45° 的两个单位向量, 则 $e_1 \cdot e_2 =$ ()

- A. 1
- B. -1
- C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. 已知 $|a| = \sqrt{3}, |b| = 2\sqrt{3}, a \cdot b = -3$, 则 a 与 b 的夹角是 ()

- A. 30°
- B. 60°
- C. 120°
- D. 150°

4. 在 $\triangle ABC$ 中, “ $\triangle ABC$ 为钝角三角形”是 “ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} > 0$ ”的 ()

- A. 充分且不必要条件
- B. 必要且不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分又不必要条件

5. 已知 $|a| = 2\sqrt{3}|b|$, 且 a, b 的夹角为 $\frac{5\pi}{6}$, 则 a 在 b 上的投影向量为 ()

- A. $\sqrt{3}b$
- B. $-\sqrt{3}b$
- C. $3b$
- D. $-3b$

6. 已知 $|a| = 6, |b| = 3$, 向量 a 在 b 上的投影向量是 $4e$ (e 是与 b 同向的单位向量), 则 $a \cdot b =$ ()

- A. 12
- B. 8
- C. -8
- D. 2

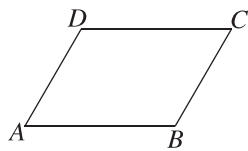
7. (多选题) 已知向量 a, b 是单位向量, 且 $a \cdot b = \frac{1}{2}$, 则以下结论正确的是 ()

- A. 向量 a 与 $a + b$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$
- B. $|a + b| = \sqrt{3}$
- C. 向量 a, b 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$
- D. 向量 a 在向量 b 上的投影向量为 $\frac{1}{2}b$

8. [2025 · 山东莱芜一中高一月考] 在等腰直角三角形 ABC 中, 斜边 $BC = \sqrt{2}, \overrightarrow{AB} = c, \overrightarrow{BC} = a, \overrightarrow{CA} = b$, 那么 $a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a =$ _____.

9. (13分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $|\overrightarrow{AB}| = 4, |\overrightarrow{AD}| = 3, \angle DAB = 60^\circ$, 求:

- (1) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}$;
- (2) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$;
- (3) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$;
- (4) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$.

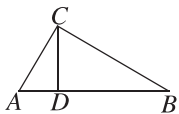


班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	
15	

10. (13分) 在等腰三角形 ABC 中, $AB=AC=2$, $\angle ABC=30^\circ$, D 为 BC 的中点.
- (1) 求 $\overrightarrow{BA}$ 在 $\overrightarrow{CD}$ 上的投影向量的模;
- (2) 求 $\overrightarrow{CD}$ 在 $\overrightarrow{BA}$ 上的投影向量.

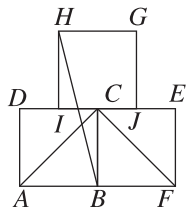
综合提升

11. (多选题) [2025·江苏淮阴中学高一调研] 如图所示, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, CD 是斜边 AB 上的高, 则下列等式成立的是 ()



- A. $|\overrightarrow{AC}|^2 = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$
- B. $|\overrightarrow{BC}|^2 = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$
- C. $|\overrightarrow{CD}|^2 = \frac{(\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}) \times (\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC})}{|\overrightarrow{AB}|^2}$
- D. $|\overrightarrow{AB}|^2 = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD}$

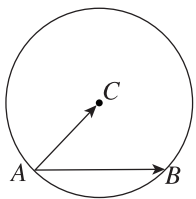
12. (多选题) 如图, I, J 分别为 CD, CE 的中点, 四边形 $ABCD$ 、四边形 $BCEF$ 和四边形 $GHIJ$ 均为正方形, 则 ()



- A. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CF} = 0$
- B. $\overrightarrow{HB}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影向量为 $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
- C. $\overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{AC} > 0$
- D. $\overrightarrow{HB}$ 在 $\overrightarrow{CB}$ 上的投影向量为 $2\overrightarrow{CB}$

13. [2025·湖南株洲高一期中]

如图所示, 在圆 C 中, 弦 AB 的长度为 2, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$ _____.



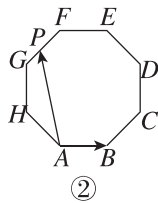
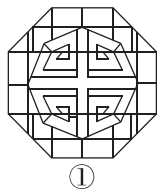
14. [2025·江苏宿迁中学高一调研] 已知 $|a| = \sqrt{2}$, $|b| = 2$, e 是与向量 b 方向相同的单位向量, 向量 a 在向量 b 上的投影向量为 $-e$, 则 a 与 b 的夹角 θ 为 _____.

思维探索

15. 对任意两个非零的平面向量 α 和 β , 定义 $\alpha^\circ\beta = \frac{\alpha \cdot \beta}{\beta \cdot \beta}$. 若平面向量 a, b 满足 $|a| \geq |b| > 0$, a 与 b 的夹角 $\theta \in (0, \frac{\pi}{4})$, 且 $a^\circ b$ 和 $b^\circ a$ 都是集合 $\{\frac{n}{2} \mid n \in \mathbb{Z}\}$ 的元素, 则 $a^\circ b + b^\circ a =$ ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. 2
- C. $\frac{5}{2}$ D. 3

16. (15分) 窗花是贴在窗子或窗户上的剪纸, 是中国古老的传统民间艺术之一, 图①是一个正八边形窗花, 图②是从窗花图中抽象出的几何图形的示意图. 若正八边形 $ABCDEFGH$ 的边长为 2, P 是正八边形 $ABCDEFGH$ 八条边上的动点, 求 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的最大值.



第2课时 向量数量积的运算律

基础巩固

1. 设向量 a, b 的夹角的余弦值为 $-\frac{1}{3}$, $|a| = 2$,

$$|b| = 3, \text{ 则 } (2a + 3b) \cdot b = \quad (\quad)$$

- A. -23 B. 23
C. -27 D. 27

2. 下列式子中, 正确的是 $(\quad)$

- A. $|a \cdot b| = |a| |b|$
B. 若 $a \cdot b = a \cdot c$, 则 $b = c$
C. 若 $a \perp (b - c)$, 则 $a \cdot b = a \cdot c$
D. $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$

3. 已知单位向量 e_1, e_2 满足 $(e_1 + e_2) \cdot e_1 = \frac{3}{2}$, 则

e_1, e_2 的夹角为 $(\quad)$

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{3}$
C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{3\pi}{4}$

4. 已知向量 a, b 满足 $|a| = |b| = |a - b| = 1$, 则 $|3a + b| =$ $(\quad)$

- A. 13 B. 7
C. $\sqrt{13}$ D. $\sqrt{7}$

5. (多选题)[2025·山东肥城一中高一月考] 下面给出的关系式中正确的是 $(\quad)$

- A. $0 \cdot a = 0$
B. $a^2 = |a|^2$
C. $|a \cdot b| \geq a \cdot b$
D. $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$ (a, b 不共线)

6. [2025·浙江温州中学高一质检] 已知 $|a| = 1$, $|b| = 2$, $|a - b| = 3$, 则向量 a 在向量 b 上的投影向量为 $(\quad)$

- A. $-\frac{1}{2}b$ B. $-b$
C. $-2b$ D. $-4b$

7. 已知非零向量 a, b 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, $|a| = 3$, $a \perp (a - b)$, 则 $|b| =$ _____.

8. [2025·江苏镇江中学高一质检] 在边长为 2 的菱形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = 60^\circ$, E, F 分别为 BC, CD 的中点, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{EF} =$ _____.

9. (13 分) 已知 $|a| = 2, |b| = 3$, a 与 b 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$.

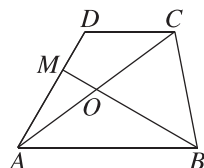
(1) 求 $(2a + b) \cdot (3a - 2b)$;

(2) 若 $(ma + b) \perp (a + 2b), (a - nb) \parallel (2a + 6b)$, $m, n \in \mathbf{R}$, 求 $m - n$ 的值.

10. (13 分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB = 4, AD = 3, CD = 2, \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MD}$, O 为 AC 与 BM 的交点.

(1) 若 $\angle BAD = 60^\circ$, 求 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BM}$;

(2) 若 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BM} = -3$, 求 $\cos \angle AOB$.



综合提升

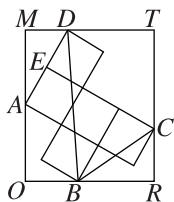
11. 设两个向量 e_1, e_2 满足 $|e_1| = 2, |e_2| = 1, e_1, e_2$ 的夹角为 60° , 若向量 $2te_1 + 7e_2$ 与向量 $e_1 + te_2$ 的夹角为钝角, 则实数 t 的取值范围是 ()

- A. $(-7, -\frac{1}{2})$
B. $(-7, -\frac{\sqrt{14}}{2}) \cup (-\frac{\sqrt{14}}{2}, -\frac{1}{2})$
C. $(-7, -\frac{\sqrt{14}}{2})$
D. $(-\frac{\sqrt{14}}{2}, -\frac{1}{2})$

12. (多选题) [2025 · 浙江绍兴一中质检] 若平面向量 a, b, c 满足 $|a| = 1, |b| = 1, |c| = 3$ 且 $a \cdot c = b \cdot c$, 则 ()

- A. $|a + b + c|$ 的最小值为 2
B. $|a + b + c|$ 的最大值为 5
C. $|a - b + c|$ 的最小值为 2
D. $|a - b + c|$ 的最大值为 $\sqrt{13}$

13. [2025 · 江苏新海中学高一质检] 如图所示, 在矩形 $ORTM$ 内放置 5 个边长均为 1 的小正方形, 其中 A, B, C, D 在矩形的边上, 且 E 为 AD 的中点, 则 $(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{BD} =$ _____.



14. [2025 · 安徽合肥一中高一质检] 平面向量 a, b 满足 $|a - b| = 3, |a| = 2|b|$, 则 a 与 $a - b$ 的夹角 θ 的最大值为 _____.

思维探索

15. (多选题) 点 M 在线段 PQ 上, 若 $\frac{PM}{PQ} = \frac{MQ}{PM}$, 则

$\frac{PM}{PQ} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 通常按此比例设计的造型十分美丽柔和, 因此称为黄金分割, 点 M 称为线段 PQ 的黄金分割点. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 为线段 BC 的黄金分割点 ($BD > DC$), $AB = 2, AC = 3$,

$\angle BAC = 60^\circ$, 点 P 为线段 AC 上的一点 (包含端点), 则下列说法正确的是 ()

- A. $\overrightarrow{AD} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3-\sqrt{5}}{2}\overrightarrow{AC}$
B. $\overrightarrow{AD} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{\sqrt{5}-1}{2}\overrightarrow{AC}$
C. $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP}$ 的取值范围是 $[\frac{1}{4}, 6]$
D. $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP}$ 的取值范围是 $[-\frac{1}{4}, 6]$

16. (15 分) [2025 · 河北冀州中学高一质检] 在 $\triangle ABC$ 中, $CA = CB = 2$, 记 $a = \overrightarrow{CA}, b = \overrightarrow{CB}$, 且 $|ka + b| = \sqrt{3}|a - kb|$ (k 为正实数).

- (1) 求证: $(a + b) \perp (a - b)$;
(2) 将 a 与 b 的数量积表示为关于 k 的函数 $f(k)$;
(3) 求 (2) 中函数 $f(k)$ 的最小值及 $f(k)$ 取得最小值时角 A 的大小.

► 滚动习题 (一)

范围 9.1~9.2

(时间:45 分钟 分值:100 分)

一、单项选择题(本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分)

1. 给出下列四个说法:①若 $a=0$,则 $|a|=0$;②若 $|a|=|b|$,则 $a=b$ 或 $a=-b$;③若 $a \parallel b$,则 $|a|=|b|$;④若 $a \parallel b, b \parallel c$,则 $a \parallel c$. 其中错误的说法有 ()

A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

2. 下列结论中错误的是 ()

A. 若 $\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OM}$,则 $\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OD}$
B. 若 $\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OM}$,则 $\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OE}$
C. 若 $\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OM}$,则 $\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{EO} = \overrightarrow{OM}$
D. 若 $\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OM}$,则 $\overrightarrow{DO} + \overrightarrow{EO} = \overrightarrow{OM}$

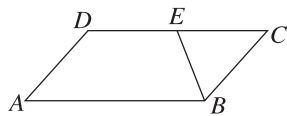
3. 如图所示,在平行四边形 $ABCD$ 中,点 E 为 CD 的中点, $\overrightarrow{AB}=a, \overrightarrow{AD}=b$,则 $\overrightarrow{BE} =$ ()

A. $-\frac{1}{2}a - b$

B. $-\frac{1}{2}a + b$

C. $\frac{1}{2}a - b$

D. $\frac{1}{2}a + b$



4. 已知 e_1, e_2 是两个不共线的向量,向量 $a = 2e_1 - e_2, b = ke_1 + e_2$,若 $a \parallel b$,则实数 $k =$ ()

A. -2 B. $-\frac{1}{2}$

C. 2 D. $\frac{1}{2}$

5. 已知向量 a, b 的夹角为 θ ,且 $(a+b) \perp (a-b)$,
 $|\sqrt{3}a + b| = |2a - \sqrt{3}b|$,则 $\cos \theta =$ ()

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

6. [2025·江苏泰州中学高一月考] 已知向量 $a \neq e, |a| \neq 1, |e| = 1$,对任意的 $t \in \mathbf{R}$,恒有 $|a - te| \geq |a - e|$,则 ()

A. $a \perp e$ B. $a \perp (a - e)$
C. $e \perp (a - e)$ D. $(a + e) \perp (a - e)$

二、多项选择题(本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分)

7. [2025·江苏苏州星海实验中学高一月考] 下列说法中正确的有 ()

A. $|a| + |b| = |a - b|$ 是 a, b 共线的充要条件
B. 若 $a \parallel b$,则存在唯一的实数 λ ,使得 $a = \lambda b$
C. 若 $ma = 0, m \in \mathbf{R}$,则 $m = 0$ 或 $a = 0$
D. 若向量 a 与 b 反向,则 $(a - b)^2 = |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2$

8. [2025·江苏无锡太湖高级中学高一期中] 点 O 为 $\triangle ABC$ 所在平面内一点,且 $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC}$,则下列说法中正确的是 ()

A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

B. 直线 AO 必过 BC 边的中点

C. $S_{\triangle AOB} : S_{\triangle AOC} = 2 : 1$

D. 若 $|\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OC}| = 1$,且 $\overrightarrow{OB} \perp \overrightarrow{OC}$,则 $\overrightarrow{OA} \cdot (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = 3$

三、填空题(本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分)

9. [2025·湖南衡阳一中高一月考] 若 $|a| = 4, |b| = 2, a$ 与 b 的夹角为 60° ,则 a 在 b 上的投影向量的模为_____.

10. 已知 a, b, c 为不共线向量,在四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB} = a + 2b, \overrightarrow{BC} = -4a - b, \overrightarrow{CD} = -5a - 3b$,则四边形 $ABCD$ 的形状是_____.

11. [2025·广东惠州中学高一质检] 已知 a, b 为非零向量,若 $p = 3 \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|}$,则 $|p|$ 的取值范围为_____.

班级	
姓名	
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9
	10
	11

四、解答题(本大题共 3 小题,共 43 分)

12. (13 分)设 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 是不共线的两个向量.
- (1)若 $\overrightarrow{OA} = 4\boldsymbol{a} - 2\boldsymbol{b}, \overrightarrow{OB} = 6\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{b}, \overrightarrow{OC} = 2\boldsymbol{a} - 6\boldsymbol{b}$, 求证: A, B, C 三点共线;
- (2)若 $4\boldsymbol{a} + \frac{1}{2}k\boldsymbol{b}$ 与 $\frac{1}{2}k\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ 共线, 求实数 k 的值.

13. (15 分)[2025 · 江苏海安高一期中] 在平面四边形 $ABCD$ 中, $AB = 2, CD = 3$.
- (1)设 M, N 分别为 AD, BC 的中点.
- (i)证明: $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$;
- (ii)若 $MN = 2$, 求 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{DC}$ 夹角的余弦值.
- (2)求 $(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}) \cdot (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC})$ 的值.

14. (15 分)[2025 · 湖北宜昌一中高一质检] 已知向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 满足 $|\boldsymbol{a}| = 2, \boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} - t\boldsymbol{b} (t \in \mathbf{R}), \boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角 $\theta = \frac{\pi}{3}$.
- (1)若 $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = 1$, 求 $\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 上的投影向量;
- (2)求 $|\boldsymbol{c}|$ 的最小值.

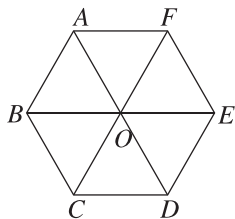
9.3 向量基本定理及坐标表示

9.3.1 平面向量基本定理

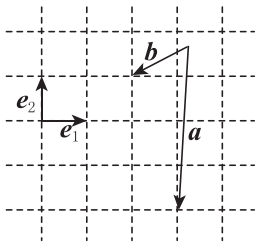
基础巩固

1. 如图所示,点 O 为正六边形 $ABCDEF$ 的中心,则下面的四组向量中能作为一组基底的是 ()

A. $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{BC}$ B. $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{CD}$
C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CF}$ D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DE}$



第1题图



第2题图

2. 如图所示,向量 $a-b$ 用向量 e_1, e_2 表示为 ()

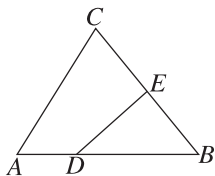
A. $-4e_1 - 2e_2$ B. $-2e_1 - 4e_2$
C. $e_1 - 3e_2$ D. $3e_1 - e_2$

3. 已知向量 e_1, e_2 , 且 $e_1 \neq 0, a = e_1 + \lambda e_2 (\lambda \in \mathbb{R}), b = 2e_1$, 则向量 a 与 b 共线的充要条件为 ()

A. $\lambda = 0$ B. $e_2 = 0$
C. $e_1 // e_2$ D. $e_1 // e_2$ 或 $\lambda = 0$

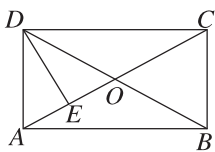
4. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, D 为边 AB 的靠近点 A 的三等分点, E 为 BC 的中点, 设 $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AC} = b$, 以向量 a, b 为基底, 则向量 $\overrightarrow{DE} =$ ()

A. $\frac{1}{2}a + \frac{1}{6}b$
B. $\frac{1}{6}a + \frac{1}{2}b$
C. $\frac{1}{3}a + \frac{2}{3}b$
D. $\frac{1}{3}a + \frac{1}{6}b$



5. [2025 · 江苏扬州中学高一质检] 如图所示,矩形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O , E 为 AO 的中点, 若 $\overrightarrow{DE} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AD} (\lambda, \mu \in \mathbb{R})$, 则 $\lambda \cdot \mu$ 等于 ()

A. $-\frac{3}{16}$ B. $\frac{3}{16}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$



6. (多选题) [2025 · 安徽安庆一中高一质检] 若向量 a 与 b 是平面上的两个不平行向量, 则下列向量中能作为一组基底的是 ()

A. $-a$ 与 $a+b$
B. $a+b$ 与 $2a+b$
C. $2a-5b$ 与 $-4a+10b$
D. $2a+b$ 与 $a+2b$

7. [2025 · 江苏太湖高级中学高一月考] 设 e_1, e_2 是平面内的一组基底, 若 A, B, C 三点共线, 且 $\overrightarrow{AB} = 3e_1 - 2e_2, \overrightarrow{BC} = me_1 + 12e_2$, 则实数 m 的值为 _____.

8. 已知 $a = e_1 + e_2, b = 2e_1 - e_2, c = -2e_1 + 4e_2 (e_1, e_2$ 是同一平面内的两个不共线的向量), 则 $c =$ _____ (用 a, b 表示).

9. (13分) 设 e_1, e_2 是不共线的向量, 且 $a = e_1 + 2e_2, b = e_1 - e_2$.

(1) 证明: a, b 可以作为一组基底;

(2) 若向量 $c = e_1 + 3e_2$, 试用基底 a, b 表示 c .

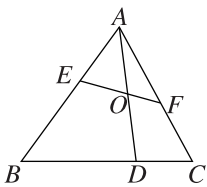
综合提升

10. [2025 · 江苏如皋高一调研] 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{DB}$, P 为线段 CD 上一点, 且 $\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, 则实数 m 的值为 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

班级	
姓名	
题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
10	
11	
12	
13	
15	

11. [2025·江苏扬州中学高一月考] 如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 D 在边 BC 上,且 $2\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{DB}$,点 O 是线段 AD 的中点.过点 O 的直线与边 AB,AC 分别交于点 E,F ,设 $\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AF}=\mu\overrightarrow{AC}$ ($\lambda>0,\mu>0$),则 $\lambda+\mu$ 的最小值为 ()



- A. $\frac{1}{2}+\sqrt{2}$ B. $\frac{3}{2}+\sqrt{2}$
C. $\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{3}$

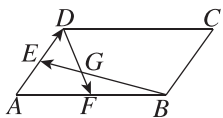
12. (多选题)在平行四边形 $ABCD$ 中,设 $\overrightarrow{AQ}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$,其中 $\lambda,\mu\in[0,1]$,则下列说法中正确的是 ()

- A. 当 $\lambda=1$ 时,点 Q 在线段 DC 上
B. 当点 Q 在线段 AC 上时, $\lambda=\mu$
C. 当 $\lambda+\mu=1$ 时,点 Q 在对角线 BD 上
D. 当 $3\lambda+\mu=\frac{1}{2}$ 时,点 Q 在某线段上运动

13. [2025·江苏南京一中高一月考] 在四边形 $ABCD$ 中, $AB\parallel CD$,若 $\overrightarrow{AC}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$ ($\lambda,\mu\in\mathbf{R}$),且 $\lambda+\mu=3$,则 $\frac{|\overrightarrow{CD}|}{|\overrightarrow{AB}|}=\underline{\hspace{2cm}}$.

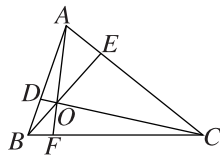
14. (15分)如图所示,在平行四边形 $ABCD$ 中, E,F 分别是 AD,AB 的中点, G 为 BE 与 DF 的交点,设 $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD}=\mathbf{b}$.

- (1)以 $\mathbf{a},\mathbf{b}$ 为基底表示 $\overrightarrow{BE},\overrightarrow{DF}$;
(2)求证: A,G,C 三点共线.



思维探索

15. [2025·江苏扬州中学高一期中] 如图,已知 D,E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB,AC 上的点,且满足 $\overrightarrow{AB}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AC}=4\overrightarrow{AE}$, BE 与 CD 交于点 O ,连接 AO 并延长,交 BC 于点 F .若 $\overrightarrow{AO}=\lambda\overrightarrow{OF}$,则实数 λ 的值为 ()



- A. 2 B. $\frac{7}{3}$
C. $\frac{5}{2}$ D. 3

16. (15分)[2025·山东临沂一中高一质检] 如图,在直角梯形 $OABC$ 中, $OA\parallel CB$, $OA\perp OC$, $OA=2BC=2OC=2$, M 为边 AB 上靠近点 B 的一个三等分点, P 为线段 BC 上的一个动点.
(1)用 $\overrightarrow{OA}$ 和 $\overrightarrow{OC}$ 表示 $\overrightarrow{OM}$;
(2)设 $\overrightarrow{OB}=\lambda\overrightarrow{CA}+\mu\overrightarrow{OP}$,求 $\lambda\cdot\mu$ 的取值范围.

